

Expresiones algebraicas. Polinomios

Una **expresión algebraica** es una combinación cualquiera y finita de números, de letras, o de números y letras, ligados entre sí con la adición, sustracción, multiplicación, división, potenciación y radicación.

a) $2x + 3^4$

b) $5x^3 + 6x - \frac{1}{3}$

c) $x^2 + \sqrt{3x}$

d) $\frac{x^5 - 4}{x^2}$

e) $\sqrt{2x} - \frac{2}{5}x^4$

Los números son los coeficientes, y las letras, las variables o indeterminadas.
En este capítulo se estudiarán expresiones algebraicas con una sola variable (x).

Si la variable no está afectada por una raíz o como divisor, las expresiones algebraicas son enteras y se denominan **polinomios**.

Los ejemplos c) y d) no son polinomios; sí lo son a), b) y e).

Según la cantidad de términos, un polinomio se denomina:

monomio, si tiene un solo término $\left(\frac{1}{2}x^5\right)$;

binomio, si tiene dos términos $(4x^2 + 5)$;

trinomio, si tiene tres términos $(3x - 8 + x^3)$ y

cuatrinomio, si tiene cuatro términos $(2x^5 - 2x + 7 - x^2)$.

Los términos que tienen la misma variable y exponente son **semejantes**.

Los términos $4x^2$, $-\frac{1}{2}x^2$ y x^2 son semejantes.

Se denomina **grado** al mayor exponente que tiene la variable de los términos con coeficientes no nulos de un polinomio.

a) $P(x) = 7x + 6x^2 - x^5$; grado: 5. b) $Q(x) = 4 - x + x^3$; grado: 3. c) $T(x) = 5$; grado 0.

Se llama **coeficiente principal** al que multiplica a la variable de mayor exponente.

a) $S(x) = x + 5x^3 - 2x^4$; coeficiente principal: -2. b) $T(x) = x^5 - 8x^4 + x$; coeficiente principal: 1.

Al polinomio cuyo coeficiente principal es 1 se lo denomina **normalizado**.

Un polinomio está **ordenado** si sus términos están ordenados en forma creciente o decreciente respecto de los exponentes de la variable.

a) $H(x) = 3x^4 + \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x - 1$ b) $J(x) = 4 + x + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3$ c) $Z(x) = x^5 - 2x^2 + 7$

Un polinomio está **completo** si tiene todas las potencias decrecientes del grado.

a) $R(x) = 6x^4 - 5x^3 + x^2 - 3x - 1$; está completo. b) $Q(x) = x^4 - \frac{1}{2}x^2 - 3$; está incompleto.

Para completar un polinomio se agregan los términos que faltan con coeficiente cero.

a) $M(x) = x^5 + 3x^3 - 1 = x^5 + 0x^4 + 3x^3 + 0x^2 + 0x - 1$

b) $N(x) = 4x^4 + 2x^2 = 4x^4 + 0x^3 + 2x^2 + 0x + 0$

c) $K(x) = x^6 - 3 = x^6 + 0x^5 + 0x^4 + 0x^3 + 0x^2 + 0x - 3$

Ejercitación 9

Expresiones algebraicas enteras

EJERCICIO 9.1

• Marquen con una x las expresiones algebraicas que son polinomios.

1. $4x^2 + \sqrt{3}$

3. $\frac{4}{x^2}$

5. $\frac{4}{x}$

2. $x + \frac{5}{3}$

4. x^{-1}

6. $3x^2 + 4x - 1$

EJERCICIO 9.2

• Marquen con una x el polinomio que cumple con las siguientes condiciones.

1. Binomio de tercer grado.

a. $x + 3$

b. $x^3 + x + 2$

c. $3x + 1$

d. $x^3 + 1$

2. Trinomio de segundo grado.

a. $2x + 3$

b. $x^2 + 2$

c. $x + 3x^2 - 5$

d. $x^2 + x^3 + x$

3. Cuatrinomio de tercer grado.

a. $4x^3 + 2x - x^3$

b. $x - 5x^3 + x^2 + 5$

c. $x^3 + x$

d. $x^3 - 7x + 5x^2$

EJERCICIO 9.3

• Relacionen con una flecha cada uno de los polinomios con los datos que les corresponden.

1. $5x^2 - 2$

a. Binomio de segundo grado con el coeficiente principal igual a 5.

2. $x^2 - 2$

b. Binomio de primer grado cuyos coeficientes son 1 y 2.

3. $2x^4 + 1$

c. Trinomio con todos sus coeficientes iguales a 1.

4. $3x^2 + 5x - 9$

d. Binomio de segundo grado cuyos coeficientes son 1 y -2.

5. $x^4 + x^2 + x$

e. Binomio de cuarto grado.

6. $x + 2$

f. Trinomio de segundo grado.

EJERCICIO 9.4

• Completen y ordenen los siguientes polinomios.

1. $x^2 - 4 + 5x$

4. $6x^4 + 1$

2. $-3x^3 + x^4 - 1$

5. $-7x^3 + 4x^2 + 5x$

3. $4x + x^2 - 2x^3$

6. $-3 + 2x^4 - x$